

CONICHE E QUADRICHE

Esercizi

1) Classificare, ridurre a forma canonica le seguenti coniche:

$$\begin{array}{ll} \gamma_1) & x^2 - y^2 + 2x = 0; & \gamma_2) & 2x^2 + 4x - 2y + 1 = 0; \\ \gamma_3) & x^2 + 2y^2 + 12y + 10 = 0; & \gamma_4) & x^2 + 2y^2 + 12y + 20 = 0; \\ \gamma_5) & x^2 - y^2 + 2x - 2y = 0; & \gamma_6) & xy + x + y + 1 = 0. \end{array}$$

2) Dato il seguente fascio di coniche

$$\gamma_t: \quad x^2 + (1-t)y^2 + 2tx - 2(1-t)y + 2 - t = 0$$

determinare i valori del parametro t per cui

- (1) γ_t è una parabola;
- (2) γ_t è una iperbole;
- (3) γ_t è una ellisse con punti reali;
- (4) γ_t è una circonferenza;
- (5) γ_t è una conica degenerata;
- (6) γ_t è una ellisse senza punti reali.

3) Classificare e trovare la forma canonica delle seguenti coniche:

- (1) $x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0$;
- (2) $3x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y + 1 = 0$;
- (3) $x^2 + 6xy + y^2 - 3 = 0$;
- (4) $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0$;
- (5) $x^2 + 2xy + y^2 + 4x - 0 = 0$;
- (6) $x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0$;
- (7) $4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0$.

4) Classificare e ridurre a forma canonica le seguenti quadriche

- (1) $6xz + 8yz - 5x = 0$;
- (2) $3x^2 + 2y^2 + 2xz + 3z^2 - 4 = 0$;
- (3) $6xz + 8yz - 5 = 0$;
- (4) $3x^2 + 2y^2 + 2xz + 3z^2 = 0$;
- (5) $3x^2 + 2y^2 + 2xz + 3z^2 + 4 = 0$;
- (6) $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2 - 4x = 0$;
- (7) $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2 - 4 = 0$;
- (8) $-2x^2 + 2y^2 + 2yz + 2z^2 + 3 = 0$;
- (9) $2x^2 - 2y^2 - 2yz - 2z^2 + 3 = 0$;
- (10) $2x^2 - 2y^2 - 2yz - 2z^2 = 0$.

1) γ_1 è un' iperbole di centro $(-1,0)$ e forma canonica $X^2 - Y^2 = 1$; γ_2 è una parabola con forma canonica $Y = X^2$; γ_3 è un' ellisse con punti reali di forma canonica $X^2/8 + Y^2/4 = 1$; γ_4 è un' ellisse senza punti reali di forma canonica $X^2/2 + Y^2 = -1$; γ_5 e γ_6 sono coniche degeneri e corrispondono alle equazioni $(x - y)(x + y + 2) = 0$, e $(x + 1)(y + 1) = 0$, rispettivamente.

2) (1) $t = 1$ ma abbiamo una parabola degenera; (2) $t > 1$; (3) $t < -1$; (4) $t = 0$ ma abbiamo una circonferenza senza punti reali; (5) $t = 1$ e $t = -1$; (6) $-1 < t < 1$.

3) 1) $(x + 2y)(x + y + 1) = 0$; 2) $4X^2 + 2Y^2 + 21/32 = 0$; 3) $4X^2 - 2Y^2 - 3 = 0$;
 4) $2X^2 + Y^2 = 4$; 5) $Y^2 = -X\sqrt{2}$;
 6) $[(1 + i)x + 2y - 2i][(1 - i)x + 2y + 2i] = 0$; 7) $(2x + y)(2x + y + 1) = 0$.

4) 1) $5Y^2 - 5Z^2 = 4X$; 2) $X^2 + Y^2 + 2Z^2 = 2$; 3) $Y^2 - Z^2 = 1$; 4) $X^2 + Y^2 + 2Z^2 = 0$;
 5) $X^2 + Y^2 + 2Z^2 = -2$; 6) $X^2 + Y^2 = -Z\sqrt{2}$; 7) $X^2 + Y^2 = 2$;
 8) $2X^2 - Y^2 - 3Z^2 = 3$; 9) $-2X^2 + Y^2 + 3Z^2 = 3$; 10) $2X^2 - Y^2 - 3Z^2 = 0$.